

DIESSE FIRENZE
Didattica e Innovazione Scolastica
Centro per la formazione e l'aggiornamento

SCIENZA FIRENZE
TREDICESIMA EDIZIONE

Docenti e studenti a confronto su:

LE TRASFORMAZIONI NEI FENOMENI NATURALI

La dimensione sperimentale nello studio delle scienze

Sala Esse
Liceo Scientifico dell'Immacolata, Salesiani
Firenze, 14 - 15 aprile 2016

Secondo premio – Sezione Biennio

Titolo: Un tiro che lascia il segno

Studenti: Ilaria Carfagna, Alessia Cosenza, Katia Michetti

Classe: 2^a A

Scuola: Liceo Scientifico opzione Scienze Applicate Fazzini - Mercantini di Grottammare (AP)

Docente: Giampiero Brinci

Motivazione: ottima coerenza con il tema del concorso: determinare la velocità di un pallone da calcio dalle trasformazioni dell'energia in gioco. Una descrizione precisa dei punti essenziali della teoria, introduce la procedura realizzata con cura e scandita in tappe ben definite. I passaggi logici e operativi sono esposti con chiarezza e precisione linguistica. Le misure effettuate sono accompagnate dall'analisi della cause di errore e dalla esplicitazione delle approssimazioni utilizzate. Il lavoro coniuga semplicità e rigore, autorizzando a ritenere che gli studenti abbiano sviluppato una buona consapevolezza.

SCIENZA  FIRENZE
2016

Un tiro che lascia il segno!



Premessa.....	3
1. LA TEORIA.....	3
1.1 IL LAVORO	3
1.2 LAVORO ED ENERGIA CINETICA.....	4
1.3 L'ENERGIA POTENZIALE.....	5
1.4 PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA.....	5
2. IL METODO.....	6
3. L'ESPERIMENTO	7
4. LA VERIFICA SPERIMENTALE.....	9
5. CONCLUSIONI.....	10
6. RINGRAZIAMENTI	10
Bibliografia.....	10
RELAZIONE DEL DOCENTE.....	12

Premessa

Il lavoro nasce dalla curiosità di un nostro compagno di classe che ha posto la seguente domanda al professore: "Sentiamo spesso dire in televisione che il pallone, colpito da un calciatore, ha raggiunto la velocità di 80 km/h, **ma come fanno a calcolare la velocità del pallone?**".

La discussione si è animata poiché tutti abbiamo cercato di suggerire sistemi di misura più o meno tecnologicamente sofisticati, ma dei quali in realtà non capivamo niente. A questo punto il professore ha troncato il discorso proponendo di metterci alla ricerca di strategie per risolvere la questione della velocità del pallone. Ad uno di noi è venuto in mente che la traccia più evidente da cui partire è **l'impronta che il pallone lascia sul muro** dopo averlo colpito.

Così con l'aiuto del prof. abbiamo dato inizio alla nostra avventura, che non poteva che iniziare da qualche chiarimento tecnico.

1. LA TEORIA

1.1 IL LAVORO

Consideriamo una forza costante applicata ad un corpo lungo uno spostamento, possiamo definire il **Lavoro L** della forza nel modo seguente:

$$L = F_{\parallel} \cdot s \quad \text{dove } F_{\parallel} \text{ è la componente della forza lungo lo spostamento } s.$$

Il lavoro è una grandezza scalare e la sua unità di misura è il Joule (J).

Tale lavoro sarà positivo se la forza ha lo stesso verso dello spostamento, negativo se ha verso opposto.

In generale, quando la forza è variabile, non è possibile calcolare il lavoro con la formula precedente, perché durante lo spostamento la forza assume valori diversi. Tuttavia, come possiamo vedere nella *figura 1*, il lavoro può essere ottenuto, in un grafico forza - spostamento, calcolando l'area compresa fra la curva che rappresenta la forza e l'asse orizzontale.

Nella *figura 2* è rappresentata la forza che occorre applicare all'estremo libero di una molla per allungarla di un tratto s .

La forza è direttamente proporzionale all'allungamento: $F = k \cdot s$.

Per trovare il lavoro compiuto da questa forza variabile basta calcolare l'area del triangolo che ha per base lo spostamento s e per altezza la forza $F \rightarrow L = \frac{1}{2} s \cdot (k \cdot s) \rightarrow$

$$L = \frac{1}{2} k \cdot s^2$$

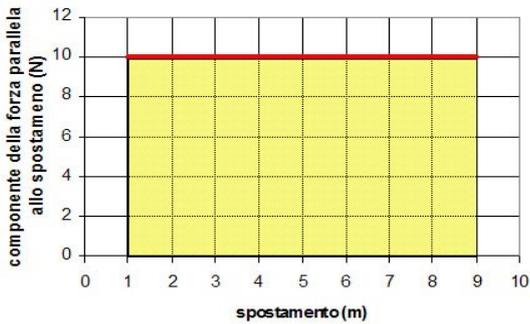


Figura 1

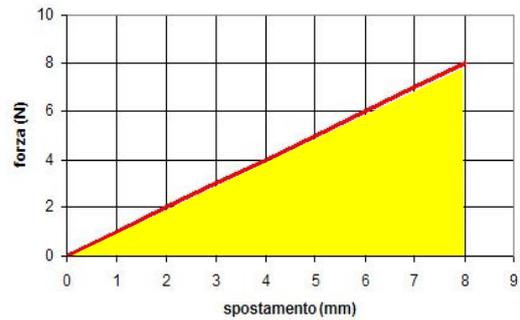


Figura 2

Il concetto di lavoro è strettamente legato a quello di **Energia**. Possiamo dire che:

L'energia è la capacità di un sistema di compiere lavoro.

1.2 LAVORO ED ENERGIA CINETICA

Quando ad un corpo in quiete si applica una forza costante, il corpo si muove di moto rettilineo uniformemente accelerato, l'energia che esso possiede è il lavoro che sta sviluppando. Supponendo per semplicità che forza e spostamento abbiano la stessa direzione avremo che:

$$L = F \cdot s = F \cdot \left(\frac{1}{2} a \cdot t^2 \right)$$

dal secondo principio della dinamica $F = m \cdot a$ e dalla definizione di accelerazione $a = \frac{v}{t}$ avremo:

$$L = F \cdot s = F \cdot \left(\frac{1}{2} a \cdot t^2 \right) = \frac{1}{2} m \cdot a^2 \cdot t^2 = \frac{1}{2} m \cdot \frac{v^2}{t^2} \cdot t^2 = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

L'energia che ne risulta $E = \frac{1}{2} m v^2$ prende il nome di **ENERGIA CINETICA**.

1.3 L'ENERGIA POTENZIALE

Viene detta energia potenziale, il lavoro che un corpo potrebbe sviluppare trovandosi in una certa posizione. Una sorta di energia cinetica "immagazzinata".

Un corpo che si trova ad un'altezza h possiede una **energia potenziale gravitazionale** U_G uguale al lavoro che è in grado di compiere grazie alla forza peso $F = m \cdot g$, ovvero \rightarrow
 $L = F \cdot h = m \cdot g \cdot h$

Invece una molla compressa di un tratto s , per quanto detto prima, è in grado di compiere un lavoro

$L = \frac{1}{2} k \cdot s^2$ tale lavoro corrisponde **all'energia potenziale elastica** U_E di una molla.

In conclusione:

$$U_G = m \cdot g \cdot h$$

$$U_E = \frac{1}{2} k \cdot x^2$$

1.4 PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA

L'**energia meccanica** di un corpo è la somma tra la sua energia cinetica e la sua energia potenziale. Vale il seguente principio:

Se su un corpo agiscono solo forze conservative, l'energia meccanica rimane costante.

Molte forze vengono dette "conservative", proprio perché durante la loro azione si *conserva* l'energia meccanica: l'energia cinetica di un corpo si **trasforma** in energia potenziale o viceversa, ma il totale rimane invariato.

Esistono altre forze, come le forze di attrito, che *disperdono* una parte dell'energia meccanica di un corpo. L'energia meccanica in questi casi *non si conserva*, ovvero la somma dell'energia cinetica e dell'energia potenziale di un corpo diminuisce durante la loro azione. Tali forze vengono dette forze non conservative o dissipative.

Basandoci proprio su queste trasformazioni di energia che avvengono in alcuni fenomeni naturali abbiamo affrontato la nostra ricerca.

2. IL METODO

L'idea principale è di sfruttare il rimbalzo del pallone contro una parete, quindi l'impronta che esso lascia, per misurarne la velocità. Durante questo processo **l'energia cinetica posseduta dal pallone si trasforma in energia potenziale elastica** che schiaccia il pallone contro la parete. Alla massima compressione della palla sul muro corrisponde l'impronta da essa lasciata sulla parete stessa. In pratica possiamo pensare alla palla come un corpo elastico che rispetta la legge di Hooke; tuttavia l'urto non è da considerare elastico perché si verifica facilmente che durante l'urto, una consistente parte di energia cinetica si trasforma in forma non meccanica (ad esempio in energia termica dovuta all'attrito con l'aria e in energia sonora associata all'urto contro la parete). Abbiamo deciso di considerare soltanto la trasformazione di energia cinetica in energia potenziale elastica, considerando che quest'ultima è solamente una frazione, da determinare, dell'energia cinetica del pallone.

Il primo problema è stato dunque determinare quale parte dell'energia cinetica diventa energia potenziale elastica.

Per valutare questo abbiamo lasciato cadere la palla da diverse altezze e abbiamo misurato l'altezza raggiunta dal pallone nel rimbalzo ottenendo i seguenti risultati (vedi foto 1):

TABELLA 1

ALTEZZA	0,6 m	1,0 m	1,2 m	1,4 m	1,6 m	1,8 m	2,0 m
RIMBALZO	0,35 m	0,6 m	0,6 m	0,75 m	0,85 m	0,95 m	1,0 m

Abbiamo quindi constatato che l'altezza raggiunta dal pallone nel rimbalzo è verosimilmente la metà di quella iniziale, dunque la parte di energia cinetica che si trasforma in energia potenziale elastica sarà circa la metà.

Abbiamo quindi cercato di ideare un esperimento che ci permettesse di trovare una relazione che legasse l'energia elastica del pallone, assunta a seguito dell'urto, con la dimensione dell'impronta lasciata sul muro.

L'idea era quella che tra la velocità e l'impronta del pallone ci fosse una proporzionalità, in altri termini siamo andati alla ricerca della "*legge di Hooke per il pallone*" sottoposto a sollecitazione di compressione.

3. L'ESPERIMENTO

Per il nostro esperimento avevamo bisogno di una struttura fissa, che da una parte sorreggesse il pallone e dall'altra permettesse di avere un piano scorrevole su cui poggiare dei pesi.

Inizialmente per sostenere il pallone avevamo pensato ad un piano, tuttavia considerato che così la sfera si sarebbe schiacciata da entrambe le parti, ci è venuta l'idea di sorreggere la sfera con un anello, mentre dall'altra parte, abbiamo pensato di porre un piano di massa $m=1,8$ Kg, scorrevole su 4 binari.

Quindi abbiamo progettato un modello tridimensionale con il programma Sketchup, (vedi figura 3), e lo abbiamo realizzato con l'aiuto di un fabbro.

Per variare la forza di compressione sono stati usati dei pesi da palestra che abbiamo poggiato sopra il piano scorrevole. (vedi foto 2).

Per prima cosa abbiamo sporcato il pallone con una soluzione di acqua e caffè, poi sotto al piano scorrevole, è stato messo un foglio di carta bianca. Si è resa così evidente e visibile e quindi misurabile, l'impronta che il pallone ha lasciato. (vedi foto 4).

Durante ogni osservazione effettuata, per un determinato valore della forza di compressione, ciascuno di noi cambiava foglio, effettuava una personale misura del diametro dell'impronta e alla fine, dalla media di tutte le misure, è stato ricavato il raggio r (dell'impronta) da associare alla forza.

Con un metro da sarta, è stata accuratamente misurata la circonferenza C del pallone, dalla quale siamo risaliti al raggio $R = \frac{C}{2\pi} = 11\text{ cm}$.

Inoltre abbiamo misurato la massa del pallone con una bilancia $m = 427\text{ g}$

I valori ottenuti sono riportati nella seguente tabella:

TABELLA 2

MASSA (Kg) Posta sopra al pallone	FORZA PESO F_p (N)	RAGGIO r DELL'IMPRONTA (cm)	ALTEZZA DEL SEGMENTO SFERICO h (cm)	COSTANTE ELASTICA DEL PALLONE K (N/m)
5 + 1,8	66,64	$2,7 \pm 0,150$	0,34	$1,96 \times 10^4$
10 + 1,8	115,64	$3,6 \pm 0,100$	0,61	$1,90 \times 10^4$
15 + 1,8	164,64	$4,1 \pm 0,05$	0,79	$2,08 \times 10^4$
20 + 1,8	213,64	$4,6 \pm 0,05$	1,00	$2,13 \times 10^4$
25 + 1,8	262,64	$5,0 \pm 0,15$	1,20	$2,18 \times 10^4$
36,5 + 1,8	375,34	$6,0 \pm 0,05$	1,80	$2,08 \times 10^4$

Nella prima colonna appare il valore delle masse (dato dai pesi da palestra), poste sul piano scorrevole con un + 1,8 Kg (massa del piano stesso).

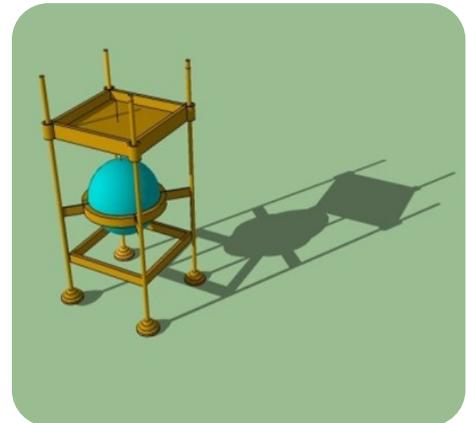


Figura 3 - Modello tridimensionale dello strumento realizzato

La seconda colonna indica la massa trasformata in peso; la terza il raggio dell'impronta del pallone da noi misurato e la relativa incertezza. Nella quarta colonna l'altezza del segmento sferico ad una base, ricavato a partire dal raggio ed infine nella quinta la costante elastica del pallone.

L'altezza del segmento sferico h è stata ricavata con semplici considerazioni geometriche (applicazione del teorema di Pitagora, vedi figura 4):

$$h = R - \sqrt{R^2 - r^2}$$

dove R è il raggio del pallone e r il raggio dell'impronta.

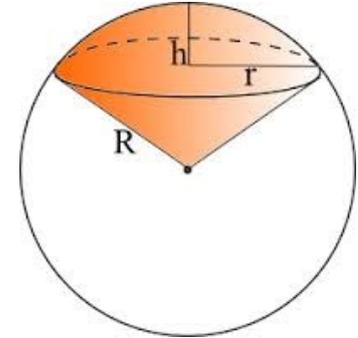


Figura 4

Abbiamo quindi calcolato il valore medio di $K = 2,06 \cdot 10^4 \frac{N}{m^2}$

In base ai valori ottenuti si può ipotizzare con buona ragione che ci sia una relazione di proporzionalità tra la forza applicata F_p (colonna 2 della tabella) e l'altezza h del segmento sferico (colonna 4 della tabella). Possiamo dire che vale la seguente legge $F = K \cdot h$

Dalla formula precedente si può ricavare la costante elastica K del nostro pallone e quindi la sua energia potenziale elastica: $U_E = \frac{1}{2} K \cdot x^2$

Come abbiamo detto precedentemente, effettuando ripetute prove e misure sul rimbalzo del pallone (Tabella 1) si è convenuto che solo la metà dell'energia cinetica del pallone si trasforma in energia elastica per cui si può scrivere:

$$\frac{1}{2} K \cdot h^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} m \cdot v^2 \right) \text{ e da questa ricavare la velocità del pallone } \rightarrow v = \sqrt{\frac{2K \cdot h^2}{m}}$$

Nella tabella 3 sono riportate le velocità calcolate per i diversi valori di h ottenuti con lo schiacciamento del pallone

TABELLA 3

RAGGIO IMPRONTA r (cm)	ALTEZZA DEL SETTORE SFERICO (m)	VELOCITÀ (m/s)	VELOCITÀ (Km/h)
2,7	$3,4 \cdot 10^{-3}$	1,06	3,8
3,6	$6,1 \cdot 10^{-3}$	1,90	6,8
4,1	$7,9 \cdot 10^{-3}$	2,46	8,8
4,6	$10 \cdot 10^{-2}$	3,11	11,2
5,0	$1,2 \cdot 10^{-2}$	3,73	13,4
6,0	$1,8 \cdot 10^{-2}$	5,59	20,1

4. LA VERIFICA SPERIMENTALE

Ci restava solo da verificare sperimentalmente che una palla che si muove con una certa velocità lascia un'impronta corrispondente a quella prevista dal nostro modello.

Ossia, conoscendo la velocità v , ricavare il raggio r dell'impronta mediante le formule inverse:

$$h = \sqrt{\frac{\frac{1}{2} m \cdot v^2}{K}} \quad \rightarrow \quad r = \sqrt{h \cdot (2R - h)} \quad (\text{raggio teorico})$$

e verificare che questo corrisponde al raggio dell'impronta effettivamente lasciata dal pallone (raggio misurato).

Abbiamo lasciato cadere il pallone da diverse altezze H (indicate nella prima colonna della tabella 4) cercando di colpire un foglio bianco posto a terra. (vedi foto 3).

Come nel primo esperimento abbiamo sporcato il pallone con la solita soluzione di acqua e caffè per rendere più evidente l'impronta lasciata.

Dobbiamo ammettere che è stato piuttosto divertente cercare di centrare il foglio stando in piedi su una seggiola, poi sopra un tavolo ed infine su una scaletta.

Misurata l'altezza dalla quale cadeva il pallone avevamo l'energia potenziale gravitazionale

$$U_G = m \cdot g \cdot H \quad \text{che nella caduta si **trasforma** in energia cinetica } E = \frac{1}{2} m v^2$$

Uguagliando le due formule otteniamo la velocità del pallone $v = \sqrt{2g \cdot H}$

I risultati della verifica sperimentale sono riportati nella tabella 4.

TABELLA 4

H (m)	V(m/s)	r_T (m) raggio teorico	r_R (m) raggio misurato
1,5	5,4	$6,03 \times 10^{-2}$	$6,2 \times 10^{-2}$
2	6,26	$6,3 \times 10^{-2}$	$6,5 \times 10^{-2}$
2,5	7,0	$6,8 \times 10^{-2}$	$7,0 \times 10^{-2}$
3,0	7,67	7×10^{-2}	$7,5 \times 10^{-2}$

Considerando alcune difficoltà pratiche incontrate nell'esperimento, soprattutto nel tenere fermo il pallone ad una certa altezza prima di lasciarlo cadere, possiamo dire che i risultati ottenuti confermano la nostra teoria.

5. CONCLUSIONI

Nonostante le nostre perplessità iniziali di fronte al problema che ci eravamo posti ce l'abbiamo fatta!

Possiamo dire che attraverso questa esperienza abbiamo costruito uno strumento con il quale è possibile calcolare la costante elastica di un qualunque pallone da calcio e un modello matematico che, dall'impronta lasciata dalla palla su una superficie ci permette di risalire alla sua velocità.

Questo progetto è stato interessante e istruttivo perché per la prima volta abbiamo ideato un modello sperimentale e poi l'abbiamo concretizzato, quindi siamo entrati realmente in contatto con il mondo delle trasformazioni dell'energia e abbiamo infine verificato la nostra teoria. Questo ci ha resi entusiasti perché abbiamo raggiunto il nostro obiettivo.

Ciò che ci rimane di questa esperienza è una mentalità più critica in grado di trovare strategie alternative per la risoluzione di un problema.

Ci siamo divertiti tanto. Ad esempio quando dovevamo centrare il foglio e, considerando che la palla doveva essere lasciata cadere da altezze sempre maggiori, la situazione si faceva sempre più difficile. Oppure quando lavoravamo con lo strumento costruito appositamente per il nostro progetto sul quale dovevamo poggiare i pesi, anch'essi sempre più pesanti.

6. RINGRAZIAMENTI

Ringraziamo la nostra Dirigente scolastica che è sempre molto sensibile a questo tipo di attività e ci ha dato la possibilità di partecipare a questo progetto.

Ringraziamo anche tutti i nostri insegnanti che sono stati disponibili ad aiutarci, il Signor Luigino che ci ha prestato i pesi da palestra e il Signor Eugenio, il fabbro, che ha costruito la struttura per il nostro progetto.

Bibliografia

- Rivista di matematica e didattica "Progetto Alice", n.15 - Pagine
- Parodi – Ostili "Fisica una scienza modello" - linx
- Claudio Romeni "Fisica e realtà" Vol.1 – Zanichelli
- Ludwig – Guerrerio "La scienza nel pallone" - Zanichelli
- Doderò – Baroncini – Manfredi "Lineamenti di geometria razionale" Ghisetti e Corvi editori



1 Caduta del pallone con rimbalzo



2 Il nostro strumento



3 L'impronta lasciata dal pallone



4 La massima altezza raggiunta

RELAZIONE DEL DOCENTE

Il lunedì mattina è immancabile qualche riferimento ai risultati calcistici della domenica. In uno di questi commenti un alunno mi ha chiesto come fosse possibile calcolare la velocità del pallone. Inizialmente ho avuto la tentazione di spiegare qualche sistema di misura indiretta, ma improvvisamente mi è venuta l'idea di sfruttare la sua curiosità e girar loro la domanda: "Come fareste voi a misurare la velocità del pallone?"

Tra le varie teorie mi ha colpito un discorso un po' confuso nel quale un alunno parlava dell'impronta che il pallone lasciava sul muro. Ho pensato che, per quanto stravagante l'idea, in quell'impronta ci potesse essere una traccia della velocità del pallone. Ho chiesto quindi se qualcuno di loro fosse interessato ad approfondire l'indagine andando alla ricerca di legami tra l'impronta e la velocità del pallone.

Abbiamo così iniziato il lavoro con un piccolo gruppo. Anche se avevano intuito il legame tra la grandezza dell'impronta e la velocità del pallone, ho dovuto spiegare loro la teoria dell'elasticità e quella degli scambi di energia. Solo così abbiamo potuto ideare lo strumento che ci ha permesso di calcolare la costante elastica del pallone. Una volta progettata insieme la struttura di tale strumento, ci siamo rivolti ad un fabbro per la sua realizzazione.

I ragazzi hanno lavorato con entusiasmo, divertendosi: ho constatato il loro interesse nell'individuare soluzioni tecniche opportune, come quella di trovare la maniera di "sporcare" il pallone per avere un'impronta ben visibile (usare il caffè è stata una idea geniale!), o per centrare, da un'altezza stabilita il foglio bianco.

Ritengo sia stata formativa anche qualche delusione, quando ad esempio i risultati non coincidevano con le nostre aspettative e avevamo la necessità di dover ripetere l'esperimento.

Il caso preso in esame è molto semplice, ispirato da un'esperienza familiare agli studenti. Ciò ha stimolato la loro curiosità e ha permesso di trattare il tema di alcune trasformazioni che avvengono nei fenomeni naturali.

Durante il lavoro, infatti, è stato possibile consolidare, rendendoli concreti, alcuni modelli teorici. Ad esempio, il fatto che la trasformazione di energia cinetica in energia potenziale elastica sia anche legata ad una trasformazione geometrica: la sfera che diventa segmento sferico ad una base: l'impronta lasciata dal pallone ne è la traccia più visibile.

Ma soprattutto tramite questa esperienza i miei alunni hanno scoperto che per "fare Fisica" sono necessari curiosità, spirito d'osservazione, volontà e fantasia più che sofisticati strumenti o attrezzati laboratori. Utilizzando semplici strumenti i ragazzi hanno potuto osservare, stimare, ipotizzare e testare un modello fisico alla ricerca di relazioni e leggi. Si sono resi autentici protagonisti del metodo sperimentale.